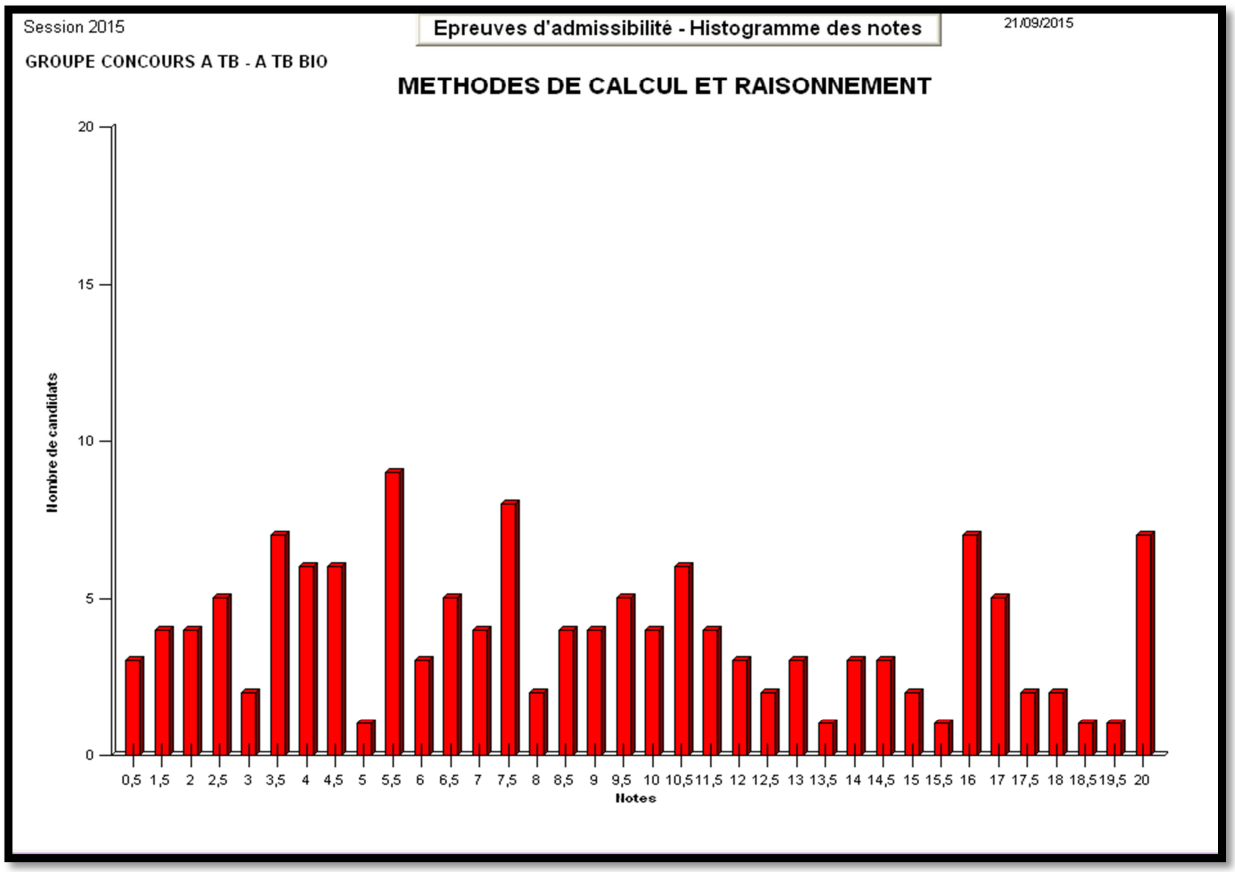
Épreuve écrite de Méthodes de Calcul et Raisonnement

Concours	Nb.cand	Moyenne	Ecart type	Note la plus basse	Note la plus haute
TB BIO	139	9,2	5,4	0,5	20
TB ENV	78	8,4	4,8	0,5	20
POLYTECH TB	129	9,4	5,5	0,5	20

Il y a pour cette session 143 candidats, qui obtiennent des notes entre 0,5 et 20 avec une moyenne de 9,2 et un écart-type de 5,4.



Le sujet se compose de trois exercices indépendants: un de probabilités, un d'analyse, et un d'algèbre. Les différentes parties du programme sont donc abordées.

Exercice de probabilités:

Il s'agit d'un exercice concernant la reconnaissance de lois classiques, et la détermination de la loi de la somme U de deux variables aléatoires indépendantes.

La reconnaissance de la loi géométrique s'avère parfois difficile pour certains candidats, un tiers d'entre eux la confondant avec d'autres lois usuelles. L'indépendance des variables aléatoires est souvent bien justifiée: il suffit en effet de préciser que les lancers sont

indépendants. Le calcul de l'espérance et de la variance de U, grâce aux théorèmes appropriés, ne pose pas de problème, mais certains candidats oublient de justifier leurs calculs et perdent alors des points.
La deuxième partie consiste en la détermination de la loi de U.
Elle pose davantage problème, moins d'un tiers des candidats parvenant à correctement exprimer un événement particulier comme réunion d'événements plus simples. De plus, dans ces questions, le jury a été particulièrement attentif à un emploi cohérent des symboles mathématiques: unions/intersections entre ensembles ou événements, additions entre nombres.
Les questions de la fin de l'exercice sont rarement abordées, et l'application un peu astucieuse pour déterminer la somme d'une série particulière l'est par très peu de candidats.

Exercice d'analyse

Il s'agit d'un exercice portant sur une suite récurrente. Les premières questions, comme le calcul des premiers termes et la preuve de la monotonie de la suite, sont traitées par une majorité de candidats. Plus rares sont ceux qui parviennent à montrer que la suite est positive, car nombre d'entre eux confondent croissance et positivité lors du traitement de cette question.
La deuxième partie concerne la divergence de la suite vers l'infini. Elle permet aux candidats qui savent correctement utiliser le théorème de la limite monotone de se démarquer.
Dans la troisième partie la monotonie et la positivité de la suite auxiliaire introduite sont assez bien traitées. Par contre, rares sont les candidats qui pensent à introduire une fonction pour prouver l'inégalité demandée sur l'exponentielle. Cette question, comme d'autres dans la suite de l'exercice, demande une prise d'initiative importante, qui valorise fortement la copie en cas de succès.
La fin de l'exercice permet d'aboutir à un équivalent. Peu de candidats la traitent de façon satisfaisante.
En analyse tout particulièrement, nous attirons l'attention des candidats sur la nécessité d'employer les bons arguments. Voici trois exemples d'arguments erronés plusieurs fois rencontrés dans les copies: exp(x) serait positif parce que x l'est; u(n) serait positive parce que u(n+1)-u(n) l'est; la fonction f serait supérieure à la fonction g car celles-ci sont toutes deux croissantes sur [0,1], et que f(0) est supérieur à g(0).

Exercice d'algèbre

Cet exercice est celui posant le plus de problème aux candidats: en particulier, une fraction importante d'entre eux perd du temps en posant sur leur copie des calculs compliqués et n'aboutissant pas, au lieu d'utiliser les questions intermédiaires. Cela explique un certain nombre de notes faibles sur cet exercice.
La première et la deuxième question sont bien traitées. La détermination des valeurs propres pose alors problème aux candidats: ceux-ci pensent rarement à utiliser l'équation du second degré résolue lors de la première question. Par ailleurs, certains ne comprennent pas qu'il s'agit de déterminer les valeurs propres pour tout a, et choisissent de ne traiter les questions que pour quelques valeurs particulières de a.

Lorsque cette question est bien traitée, les familles génératrices des sous-espaces propres sont souvent trouvées; mais il est fréquent que les candidats oublient d'écrire que celles-ci sont libres, argument pourtant nécessaire pour en déduire que ce sont des bases.
Le calcul du produit de matrices, et son application dans l'étude de la récurrence double proposée, sont rarement abordées.

En conclusion, le sujet était en adéquation tant avec le programme qu'avec le niveau des candidats, et a permis de classer de manière cohérente l'ensemble des étudiants. Les techniques usuelles sont plutôt bien acquises. Nous invitons cependant les futurs candidats à faire porter leurs efforts sur les justifications et sur une meilleure compréhension des outils utilisés.

Correcteurs: *CONNAULT Pierret, VISIER Stella*